ОТГОВОРИ

на гл. ас. д-р Росен Любомиров Люцканов

на критичните бележки и препоръки на членовете на Научното жури по конкурс за заемане на академична длъжност „доцент” в професионално направление 2.3 *Философия* за нуждите на ИИОЗ-БАН, обявен в ДВ бр. 53/18.06.2013 г.

Преди всичко, бих искал да благодаря на членовете на уважаемото жури, чиито критични бележки безспорно заслужавам, а добрите им думи се надявам да заслужа в бъдеще. Задължен съм преди всичко на рецензентите, професор Димитър Вакарелов и професор Веселин Петров, чиито съдържателни коментари ще ми бъдат изключително полезни в по-нататъшната ми работа. Благодарен съм също и на колегите ми от секция „Логически системи и модели”, която през последните десет години беше изключително уютна среда за изследователска работа. Под ръководството на завеждащ секцията професор Мартин Табаков тя си остана, въпреки множеството институционални превратности, малка група от хора, мислещи в една и съща посока, макар и не по един и същ начин. Задължен съм също на рецензентите на „Лицата на Протей” – доцент Доротея Ангелова и доцент Николай Обрешков; редица уточнения в текста са почерпени от разговорите ми с тях, а грешките и неточностите, разбира се, си остават изцяло моя заслуга.

Тук бих искал да се възползвам от възможността първо да отговоря (доколкото съм в състояние) на критичните бележки в рецензията на професор Вакарелов. Съзнавам, че това няма да е лесна задача, тъй като цялата си работа разглеждам като обхождане на границите на едно обширно поле, което е негова запазена територия в качеството му на логик и математик.

На първо място, според него изложението би спечелило, ако бъдат приведени конкретни примери за категории и теоретикокатегорни конструкции. Да се откажа от тези примери беше най-трудното решение, което взех при писането на книгата. Основание за него е това, че част от понятията и конструкциите са почерпени от алгебрата, втори – от топологията, трети – от теорията на множествата, четвърти – от математическата логика. Те имат ясен интуитивен смисъл в своя генетичен контекст, въвеждането в който би направило книгата много по-обемиста и същевременно много по-недостъпна за математически неизкушения читател. Както справедливо отбелязва в становището си доцент Полименов, тъкмо него съм имал предвид.

На второ място, професор Вакарелов, също както и доцент Гурова и професор Петров, отбелязва липсата на достатъчно подробен заключителен анализ, не само в хабилитационния труд, а също и в някои от статиите, приложени към документите по конкурса. В случая с „Лицата на Протей” това беше съзнателно наложено самоограничение, целящо отбягване на онези мисловни пътеки, които водят встрани от основния път, а в останалите случаи – несъзнателен пропуск. Частично оправдание за него предоставя вероятно криво разбраното ми витгенщайнианство. Според Витгенщайн, работата на философа е да изработи обозримо представяне (*übersichtliche Darstellung*) на определен набор от наглед озадачаващи факти. Самото това представяне не казва какво е истинското решение на проблема, но претендира да го покаже. Иска ми се да вярвам, че този тип пестеливост не е тежък порок, поне не винаги.

По-нататък, професор Вакарелов, също като професор Петров, поставя въпроса за подлежащите на критика преводи на редица ключови понятия. Признавам, че това беше друг повод за колебания от моя страна. Със сигурност не винаги съм взимал правилните решения. Теорията на категориите се отличава с това, че използва редица странно звучащи идиоми. Повечето от тях са буквално непреводими на български (напр. „pullback”, което съм предал като „разслоено произведение”). Онези, които все пак са преводими, се опитах да накарам да зазвучат на български – затова заместих „композиция” със „съчетание”, представката „ко-” с притежаващата сходен смисъл „съ-” и т.н. Накрая, причината, поради която въведох „прилежащ” вместо „спрегнат” е, че с второто превеждаме две различни понятия („adjoint” и „conjugate”), които си мисля, че е добре да бъдат разграничени. Така или иначе, надявам се, че неуместните ми избори в превода се компенсират от речника в края на книгата, който позволява еднозначно да се възстанови оригиналната терминология.

Накрая стигам до най-трудния за мен момент, свързан с аксиомата, която нарекох „upward monotonicity” (UM). Това е твърдение, което, както отбелязва професор Вакарелов, е по-силно от изводимото правило за извод, според което ако $\vdash(p \rightarrow q)$, то $\vdash(\Box p \rightarrow \Box q)$ (в смисъл, че ако разполагаме с UM, по модус поненс можем да обосновем правилото за извод, но не и обратното). Неуспешният опит да изведа коректно това твърдение в рамките на позната аксиоматична система (по-конкретно грешката, забелязана от професор Вакарелов в доказателството на лема 3.3) ме накара в друг текст да проуча възможността то да бъде въведено в качеството на аксиоматично допускане. Сходна по вид аксиома присъства в интерактивната епистемология на Робърт Ауман и има вида: ако $E \subseteq F$, то $KE \subseteq KF$, където E и F са произволни събития, „$\subseteq$” е релацията на включване между събития, а „K” е оператор с неформална интерпретация „зная, че p”. Аксиомата UM се получава като 1. Заменим самите събития с изразяващите ги пропозиции; 2. Заменим релацията на включване между събития с релацията на импликация между съответните пропозиции (основанието за това е, че формално погледно и „$\subseteq$”, и „$\rightarrow$” могат да се интерпретират като някакъв тип наредба, наложена върху съответното множество); 3. Заменим оператора „K” с друг оператор, „J” с неформална интерпретация „налице са основания да вярвам, че” (причината за това отслабване на знанието до обосновано вярване е избягването на проблема с логическото всезнание). Ключово значение в случая има формулирането на семантика, която верифицира UM – задача, върху която продължавам да работя и в този момент.

Сега бих искал да се обърна към препоръките на професор Петров. Те бяха изключително полезни, тъй като често пъти ми позволяваха да погледна написаното от мен под напълно нов ъгъл, от който то изглежда по съвсем различен начин. Количеството на самите бележки обаче прави невъзможно изчерпателното им обговаряне. Тук ще се огранича с няколко кратки изясняващи коментара, надявам се в бъдеще да успея да попълня липсите и да компенсирам неточностите, останали неоправдани и необсъдени.

Първо, по отношение на ролята на ролята и мястото на интуициите, примерите и илюстрациите. В методологичен план за мен те играят ролята на прословутата стълба на Витгенщайн – позволяват ни да достигнем до определено ниво на анализ, което само по себе си ги прави ненужни. Тъкмо по тази причина мястото, което им отделям в хода на изложението става все по-ограничено и накрая те напълно изчезват. Друга причина е достигането на онова ниво на абстрактност, което съответства на висшата теория на категориите (която се отличава от нисшата само по това, че в нея работим с повече от една категория). Тук вече сме толкова далеч от всякаква емпирия, че слизането до нея се превръща в наистина нетривиална задача.

Второ, по повод на използваните понятия и техните дефиниции. Следвайки поредността на бележките на професор Петров, тук бих искал да посоча следното: 1. За понятието „ендоморфизъм" – интуитивният му смисъл е илюстриран чрез самото условие на теорема 5 на страница 24; строгата дефиниция наистина се появява на стр. 43; 2. За понятието „характеристичен морфизъм" – както се вижда от контекста, в случая имам предвид онзи морфизъм, който фигурира в дефиницията чрез универсално свойство, която задава съответния обект; за да не се получава объркване с формалното понятие за характеристичен морфизъм вероятно би било по-правилно да използвам „специфичен" вместо „характеристичен"; 3. За понятието „идемпотентен морфизъм" – то е въведено в условието на теорема 4 на стр. 23. В името на краткостта тук, както и другаде, съм въвеждал понятия, чийто смисъл ми се струва пределно елементарен, не в отделна дефиниция, а направо в условието на съответната теорема. Вярвам, че това е често използван похват в математиката; 4. За понятията за „рефлексивна", „симетрична" и „транзитивна релация" – беше невъзможно да въведа дефиницията още на стр. 44, тъй като строгото определение на самото понятие за релация е въведено много по-късно – в девети параграф на трета глава. Иначе казано, тук отново съм използвал понятие (с достатъчно ясен интуитивен смисъл), чиято дефиниция е въведена по-късно. Оправданието за това е свързано с разбирането, че корпусът на математическите понятия не е линейно разгръщаща се йерархична структура, а мрежа (за това е казано нещо в пети параграф на първа глава); 5. За понятията „клас на еквивалентност", „кардинално число", „взаимно еднозначно съответствие" мога да кажа същото – те са заимствани от класическата математика в стандартния им смисъл. Това е допустим ход в играта, която играя, доколкото както посочва сам професор Петров, задачата, която си поставям, е да прибягвам до такива понятия „в минимална степен", а не да ги изключа напълно; 6. За понятието „брой елементи" – както показват привежданите примери, в първите две глави стандартната интерпретация на конструкциите препраща единствено към крайни множества. Така или иначе, понятието за безкрайност се появява за пръв път едва в края на втора глава, а е подробно анализирано в края на четвърта глава; 7. За понятието „факторизация" – това е терминологичен пропуск от моя страна; в случая „факторизация" съвпада с това, което по-рано наричам „разлагане" (вж. седми параграф на втора глава и трети параграф на четвърта глава); 8. За дефиницията за „числов обект" – става дума за печатна грешка, в дефиницията „N" трябва да бъде удебелено, а „A" да се замени с „X", както е на диаграмата; 8. За понятието „аритметична операция" – то е дефинирано чрез изброяване, както се вижда от номерацията на отделните секции в параграфа; 9. За понятието „числова операция" – това е стандартно разширение на понятието за операция, въведено в дефиниция 29 на стр. 75 – получава се от него като заменим фразата „произволен обект A" с фразата „числов обект" (в даден топос); тъй като това ми се струва очевидно, не съм привел допълнително пояснение; 10. За понятието „ендофунктор" – то е въведено по аналогия с понятието за ендоморфизъм (без отделна дефиниция). Основанието за това е, че функторите са морфизми в категорията на категориите; съответно, под ендофунктор можем да разбираме само ендоморфизъм в тази категория; 11. За понятието „категория-резен" – определянето на конструкцията, наречена „резен" (slice) като „категория" е мотивирано от теорема 253 на стр. 226-227; 12. За понятието „универсум на Гротендийк" – ако съществува непразно множество, то съществува и универсум на Гротендийк (в общия случай, може би повече от един), който е генериран от това множество. Съществуването на непразни множества е интуитивно очевидно (освен това следва от стандартната аксиоматизация на теорията на множествата), поради което съществуването на универсум на Гротендийк също е очевидно (разбира се, интуитивните очевидности не са общосподелени, те са част от някаква теоретична практика, затова не съм в състояние да ги вменявам произволно на никого, включително на хипотетичната фигура на читателя); 13. За дефиницията на понятието „категория на категориите" – с известни модификации, това е дефиницията, предложена от Колин Макларти с цитираната в бележка под линия статия. Тя е типична за теорията на категориите – задава съответната структура чрез постулиране на съществуването на обекти, въведени чрез универсални свойства. Не виждам нищо притеснително в нея, макар наистина това да не е стандартна аксиоматична дефиниция, каквито познаваме от класическата математика; 14. За разграничението между понятията „клас" и „множество" – това наистина е ключово разграничение, но когато говоря за теория на множествата нямам предвид конкретно едносортна система от типа на ZF. На професор Петров е известно, че съществуват аксиоматични теории на множествата от типа на тази на фон Нойман-Бернайс-Гьодел (NBG), в която освен множества, се използват и класове. Затруднението, което имам предвид в случая, е по прекрасен начин изложено в статията на Феферман от 1977 г. (вж. библиографията). Тя показва, че самото въвеждане на теорията на категориите предполага някакво интуитивно понятие за съвкупност, чиито експликации са понятията за множество и за клас. В този смисъл може да се каже, че теорията на категориите предполага теорията на множествата, макар да не се основава на нея; 15. За предложената от мен дефиниция на понятието „математическа теория"- тя има четири концептуални компонента: (A) екстензионалност (по повод на понятията за съвкупност или множество); (B) динамичност (характеризиране на обектите чрез морфизмите между тях); (C) нагледност (използването на комутативни диаграми за онагледяване на тези морфизми); (D) структуралност (произтичаща от използването на дефиниции чрез универсално свойство). Темата за „Питагоровите гащи" се появява по повод на (C). Според професор Петров, примерът„с питагоровата теорема не е коректен, защото не е вярно, че теоремата не е доказана чрез логически извод във формално аксиоматична-система". Според мен тук има някакво взаимно неразбиране, защото очевидно по времето на Питагор не е имало нито формално-аксиоматични системи, нито дори понятие за такава система. Ролята на нагледните построения често бива подчертавана в съвременната философия на математиката, класически пример за това е статията на Паоло Манкозу „Visualization in Logic and Mathematics" (2005). Специфична особеност на математиката е това, че нагледността е част от контекста на откритието и напълно изчезва от контекста на обосноваването. Тук едва ли бих акцентирал върху нея, ако не беше традицията, тръгваща от Кант. Целта ми в случая беше да подскажа, че не трябва да бързаме да я отхвърлим и теорията на категориите ни дава основания за подобно решение. По-нататък, примерът с Понтрягин вероятно не е съвсем коректен, тъй като той губи зрението си на 14 годишна възраст, тоест, имал е достатъчно време да изработи или развие някакъв тип пространствена интуиция. След кратка проверка не успях да открия нито един известен математик, който да е роден сляп и съответно не е имал тази възможност (разбира се, това не може да се разглежда като индуктивно доказателство на моята теза). Накрая, никъде не твърдя, че трябва „да си стоим при интуитивното прозрение". Както се опитах да поясня, според мен нагледът и интуицията имат своята роля в определен етап на математическото изследване, същото се отнася и до останалите компоненти от споменатата по-горе дефиниция.

Трето, по повод на тезата ми, че философията на математиката е възможна само като вътрешно присъща част на самата математика. От моя гледна точка, това е просто една от възможните формулировки на онази методологическа позиция, която нарекох „натурализъм” и скицирах в първи параграф на първа глава. По повод на онова, което бих нарекъл традиционна философия на математиката, упорито обсъждаща въпроси от типа на „какво е число?”, подобна теза разбира се звучи нелепо. Тя очевидно е част от философията (или метафизиката), която в цялата си история обсъжда смисъла на въпроси от типа на „какво е X?”. От друга страна, новата философия на математиката поставя въпроси, които имат пряко значение преди всичко за самата математика и едва в производен смисъл за философията – пример за това са пренията относно континуум-хипотезата, или статута на „големите” кардинални числа. В този смисъл, тя е част от математиката, тъй като нейните аргументи са почерпени от математическата практика, а изводите ѝ имат отношение към същата тази практика.

Четвърто, критики предизвиква моята употреба на понятието за натурализъм. В рамките на философията на математиката под „натурализъм” се има предвид единствено онази разновидност на тази тази теория, която защитава Куайн (вж. например поредицата от книги и статии на Пенелъпи Мади, посветени на този въпрос). По тази причина не съм взел предвид метафизичния натурализъм на Юстус Бъчлър. Не бих и могъл, тъй като не познавам неговата философия. В тази връзка бих добавил, че посочването на „не много ясни” пасажи от Хайдегер (или който и да било друг) наистина не е и не може да бъде аргумент, а е по-скоро заявка за принадлежност към определена традиция, към определен начин на мислене, който често, макар и не съвсем точно, се определя като „аналитична философия” и се характеризира толкова от своите позиции, колкото и от своите опозиции. Онази линия в нея, която тръгва от Витгенщайн и се разгръща след лингвистичния обрат има ясно изразен антиметафизичен заряд (това е нейната терапевтична страна), което разбира се не поставя под въпрос значението на онтологията като философска дисциплина.

Пето, по повод на тезата, че математиката ражда метафизика бих се съгласил с професор Петров. Твърдя единствено, че тази метафизика е различна по качество и по функция от метафизиката, която се ражда в текстовете на Хайдегер. Философията на Хайдегер досега не е дала повод за формулирането на някаква интересна (поне за мен) позиция във философията на математиката и вероятно никога няма да го направи. Разбира се, това не е неин проблем, тъй като тя изобщо не си поставя такава задача. По тази причина, в настоящия контекст понятието „метафизика” генерира едно чисто номинално единство.

Шесто, по повод на интерпретирането на математиката като формална онтология – вярно е, че в „Лицата на Протей” тази тема е едва щрихирана. Повече по този повод е казано в статията ми „Метафизични фигури: Лайбниц, Кант и Фреге за отношението между математиката, философията и природните науки”. В общи линии, според изложената в статията интерпретация на тезите на изброените класически автори, математиката може да се разглежда като формална теория, изследваща определеността на основното за онтологията пределно общо понятие „нещо”, което откриваме под маската на неограничено варираща променлива, на онова вездесъщо „x”, което ще срещнем в почти всеки математически текст.

По-нататък, по повод на литературата и забелязаните непълноти в нея. Библиографията в края на книгата наистина включва единствено трудове, отнасящи се към теорията на категориите, които при това са използвани в текста. Всички останали книги и статии, които съм споменал по един или друг повод, са подробно описани в бележки под линия. По този начин съм се опитал да покажа разликата между двете категории, обикновено именувани „основна" и „вторична" литература (друго мое решение, което вероятно подлежи на критика).

Накрая бих искал още веднъж да изразя голямата си признателност за критиките, бележките и коментарите на професор Димитър Вакарелов, доцент Лилия Гурова, доцент Николай Обрешков, професор Веселин Петров, доцент Тодор Полименов, професор Мартин Табаков и професор Христо Тодоров.

София, 15.11.2013