БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ
Институт по философия и социология
Секция „Знание и реалност: модели, методологии и евристики“

Борис Володиев Николов

Метафизиката на безкрайността и проблемът за противоречието във философия на математиката

АВТОРЕФЕРАТ

на дисертационен труд

за присъждане на образователна и научна степен „Доктор по философия“

Научен ръководител:
доц. Росен Люцканов

София, 2021

Съдържание

Обща характеристика на дисертационния труд

Актуалност на изследването

През по-голямата част от своята дълга история математиката е третирана, в съгласие с определението на Аристотел, като наука за количеството. След появата на наивната теория на множествата на Кантор и осъзнаването на възможността тя да играе ролята на основа, върху която да бъде изградена цялата математика, в началото на XX век това се променя. Мнозина математици започват да я възприемат като наука за безкрайни структури. В историческия контекст на това твърдение стои спорът между интуиционизма на Л. Брауер и формализма на Д. Хилберт, които преразглеждат основите на математиката. Между тях стои въпросът, дали математиката трябва да се занимава с актуалната безкрайност. Според Брауер математиката е базирана на нагледа и единствено може да имаме нагледа за потенциалната безкрайност. Противоположно на това, Хилберт смята, че математиката трябва да се занимава с безкрайността и най-вече с актуалната безкрайност. Според известната фраза на Хилберт, безкрайните множества са онзи Канторов рай, от който никога вече няма да бъдем прокудени. Тук може да причислим и думите на немския математик Х. Вайл: „ако искаме да обобщим същността на математиката с няколко думи, то тогава може да кажем, че математиката – това е наука за безкрайното“.

От своя страна, появата на революционните трансформации в развитието на математиката в края на XIX и началото на XX век е съпътствана от трансформации в разбиранията за нейната онтология. По-специално върху дефинирането на математическите обекти като цяло и в частност на безкрайността. Последната е обект на обширна математическа дискусия във връзка с безкрайните множества. Настоящето изследване предлага по-различен път към метафизика на безкрайността - през онтологията на математическите обекти в историческата рамка след появата на наивната теория на множествата, с фокус противоречието във философията на математиката. Или иначе казано, безкрайността разгледана като абстрактен математически обект с противоречиви свойства.

Появата на теоретико-множествените парадокси мотивира схващането, че наивната теория на множествата е вътрешно противоречива теория. Различните изпробвани опити за елиминиране на парадоксите до този момент неизменно са водели до създаване на формални системи, които за разлика от „наивната“ теория имат ограничени изразни и/или дедуктивни възможности. За това свидетелстват широк кръг от философски значими математически резултати, известни като ограничителни теореми.

В светлината на този факт изглежда необходимо да приемем, че математиката, в качеството си на наука за безкрайното, е неотстранимо противоречива. Това поражда проблеми, тъй като според стандартните подходи в онтологията, ако даден абстрактен обект е описан противоречиво и не може да бъде описан непротиворечиво, то следва да се заключи, че той не съществува. Ако съчетаем това с разпространените схващания за истината като някакъв вид съответствие, това поражда проблем по отношение на семантиката на математическите изказвания: след като не се отнасят до никакъв обект, те би трябвало да бъдат определени като безсмислени. Исторически първият начин за преодоляване на този проблем е разработен в рамките на диалектическия подход, който предлага качествена интерпретация на безкрайността. По-късно се появяват и други варианти, които ще бъдат разгледани в настоящето изследване.

Горната дилема може да бъде формулирана по следния начин: трябва или да приемем, че математиката по самата си същност не се отнася до никакви обекти и съответно да търсим семантика на математическите твърдения, според която тяхната истинност не имплицира съществуване на обекти, до които те се отнасят, или, следвайки примера на диалектиката, да отречем догмата, според която от противоречивостта следва несъществуване. В светлината на многобройните приложения на математиката към изследването на обекти и структури в реалния свят, които съществено разчитат на различни по вид инфинитарни конструкции, третирането на математиката като наука за недействителното изглежда пределно неубедително.

Поради това второто решение изглежда по-привлекателно, още повече ако го разгледаме в светлината на развитието на алтернативния на стандартната референциална семантика майнонгиански подход, чиито днешни превъплъщения осигуряват формална рамка, в която могат да бъдат въведени и изследвани противоречиво дефинирани обекти. Този подход е съдържателно свързан с развитието на така наречените параконсистентни логики. Това са толерантни към противоречието логически системи, които се различават от класическата и съответно налагат разработването на алтернативни семантични подходи, най-пълно развит сред които е диалетеизмът на Греъм Прийст.

Теза, обект, предмет, цел и методология на изследването

Тезата на дисертацията е, че математическите обекти може да бъдат разгледани като обекти, които не съществуват, но ги има, с оглед на начина, по който тези две понятия се разграничават в майнонгианството. Използвайки майнонгианството като подход, допускащ противоречиви свойства, разглеждам наивната теория на множествата като онтология, включваща неконсистентни обекти и от тук самата безкрайност като неконсистентен обект. Всичко това изглежда естествено на фона на корелацията между понятията „безкрайност“ и „противоречие“ с оглед на нетрадиционните подходи в логиката, които дават тласък и на реформи в концепцията ни за безкрайността - като неконсистентен обект.

Обектът на изследването е разположен в пресечната точка между философията на математиката, онтологията и семантиката, изследвайки евристичните възможности и метафизичните импликации от третирането на математиката като наука, отнасяща се до вътрешно противоречиви обекти. Това, което обединява тези три различни области е темата за противоречието, разглеждана в онтологичен план.

Предметът на изследването е онтологията на математиката, иначе казано въпросът, какви са онези неща, до които се отнасят пряко математическите твърдения.

Задачата на изследването е да се изясни евристичния потенциал на някои от неортодоксалните подходи към онтологията на математиката.

Целта на изследването е да покаже какви са предимствата на един такъв възможен подход към онтологията на математиката спрямо възприетите онтологични подходи в рамките на съвременните онтологични теории.

В рамките на така поставената основна цел могат да бъдат формулирани следните основни задачи, обект на настояващата дисертация:

1. Да обясни понятието съществуване и природата на абстрактни обекти.
2. Да отговори на въпроса какви са онези неща, до които се отнасят математическите твърдения, т.е. може ли да приемем, че те са обекти.
3. Да изследва понятието за противоречие с оглед на съвременните неортодоксални подходи към него.
4. Да дефинира безкрайността през понятията за противоречивост и неконсистентни множества.

Методологията на изследването има интердисциплинарен характер, тъй като самото изследване е позиционирано в пресечната точка между философията на математиката, онтологията и семантиката. Необходимостта от такъв интердисциплинарен подход е провокирана от факта, че решенията, свързани с всяка една дисциплина, рефлектират върху останалите. Например проблемите пред онтологията на математическите обекти повдигат въпроси за семантиката на този вид обекти. Това показва комплексността на онтологията на математиката, тъй като разрешаването на чисто онтологичните проблеми не може да бъде самоцелно и за сметка на останалите фундаментални въпроси в семантиката и философията на математиката.

Структура на дисертационния труд

Кратко съдържание на дисертационния труд

А. Увод

B. Първа глава: Онтология на абстрактните обекти и съществуването

I. Съществуването в трансценденталната философия на Кант

1. Формите на нагледа
2. Априорни и синтетични съждения
3. „Съществуването не е реален предикат“

II. Австрийски реализъм

1.Онтологията на Болцано: субстанции и свойства

2.Брентано и интенционалното съществуване

2.1 Тесен и широк смисъл на битието

2.2. Онтология на нещата

2.3. Интенционалност на съзнанието

3. Майнонгианство

3.1. „Съществуването е реален предикат“

3.2. Обективност и обектите, които ги има

3.2. Принцип за характеризиране и непълно определените обекти

Структура на текста

Първа глава „**Онтология на абстрактните обекти и съществуването**“ представя онтология на абстрактните обекти и понятието „съществуване“. Тя има историко-философска насоченост, тъй като излага развитието на спора дали съществуването е реален или не е реален предикат. Заемането на едната или другата позиция има пряко влияние върху понятието за съществуване, което от своя страна - върху проблема за абстрактните обекти.

Проблемът „какво съществува“ е фундаментален за онтологията и централен във философията. Традиционното разделение на подходите в онтологията е: реализъм, номинализъм и концептуализъм 1) Реализмът допуска независима (обективна) по съществуването действителност, реалност. 2) Концептуализмът представя общото като чисто значение, което е резултат от логико-езикови процедури на обобщение и означаване. 3) Номинализмът – буквално означава съществуване само по име, недействително и фиктивно. Тук спада известният „Бръснач на Окам“, който поставя изискването да не се преумножават същностите без нужда.

Освен тях в съвременната литература присъстват и други две категоризации на подходите в онтологията: стандартни и нестандартни подходи. Р. Раутли и Фр. Берто класифицират стандартните походи по сходен начин, но ги определят различно. Те приемат сходни неща, но ги определят по различен начин. При Раутли това е „принцип на онтологично допускане“ (*ontological assumption*), който е еквивалентен на „парменидовите“ концепции при Берто. Те стъпват върху традиционната логика и най-вече закона за непротиворечие, заедно с парадокса на небитието (нищото) на Парменид. Приемат, че само съществуващите неща имат свойства. Само твърденията за съществуващите неща може да бъдат истинни, докато всяко едно твърдение за несъществуващите неща е неистинно. Единствено съществуващите обекти притежават свойства, които са локализирани във време-пространството и са в основата на каузални отношения, в които встъпват обектите. Законът за непротиворечието е проектиран в онтологията като отхвърля съществуването на взаимно противоречиви свойства. Самото говорене за несъществуващите обекти го определят за абсурдно.

От друга страна има редица други концепции и нестандартни подходи, които реформират или отхвърлят части от по-горе посочените тези. Този втори вид позиция Берто нарича „не-парменидов“ метод. Изходната точка е твърдението, че съществуването е независимо от свойствата. Този подход има най-завършена форма в майнонгианството или това е теорията на обектите. В нея има съществуващи неща и неща, които „ги има“. Последните могат да бъдат носители на свойства, като такива те са обекти. Затова дори и да има противоречиви свойства, те се отнасят до някакви обекти. Майнонг разбира под това даден обект да го „има” – обект, имащ свойства (*Sosein*), като корелативно на качествената определеност.

Делението на тези два подхода в онтологията има фундаментални корени в дебата дали съществуването е реален или не е реален предикат. Известна е Кантовата теза, че съществуването не е реален предикат. Тя отпраща към понятието за наглед и има проекции по отношение на математиката и нейните обекти. Разглеждам Кантовите понятия като наглед и априорни и синтетични положения, които имат пряко отношение и влизат в обосноваването на тази теза. От друга страна, изследването на понятието за наглед при Кант представя как той разбира въпроса „какво съществува“ и природата на абстрактните обекти. Нагледът при Кант има епистемологична (какво може да познаваме), но също така и онтологична функция (какво е обект).

Главата продължава с разглеждането на австрийския реализъм, тъй като противоположната теза на Кант, че съществуването е предикат, има корени в австрийския реализъм. За цялата школа на Австрийския реализъм е отличителен проблемът за абстрактните обекти, в това число и за противоречивите свойства. Школата се свързва с имената на Б. Болцано, Фр. Брентано и Ал. Майнонг. Неин първи представител е Болцано. Онтологията на Болцано е свързана с аргумента, че обектите на съзнанието винаги са нещата, които съществуват реално или потенциално (логически). В нея се откриват и твърдения за приемането на някои противоречиви свойства. При Брентано вече се появява теорията за интенционалното съществуване, която обосновава, че съзнанието винаги е интенционално насочено към обекти, независимо какви са те: съществуващи или несъществуващи, физически или ментални, и т.н. Пряко следствие от това е тезата за обективност, която твърди, че съзнанието е винаги насочено към някакъв обект. И кулминацията е майнонгианството или теорията на обектите, където Майнонг стъпва върху интенционалната теория на Брентано, но и въвежда нов клас обекти: обекти, които ги има.

С оглед на теорията на обектите съществуването вече е реален предикат, който е присъщ на съществуващите обекти. Майнонг определя съществуването като не-характеризиращо свойство, различно от характеризиращите свойства като форма, протяжност, цвят и т.н. То е онтологичен предикат. Ако приемем съществуването за предикат, тогава при наличието на два обекта - един съществуващ и един, който го има, то няма разлика, доколкото и двата са обекти, но има разлика в това, че единият има свойството „съществуване“, а другият няма това свойство. Брад Пит и Шерлок Холмс се различават по това, че единият има свойството съществуване, а другият го няма: Брад Пит живее в Холивуд Хилс, докато Шерлок Холмс – не. И двата обекта са дадени на съзнанието като представи, на които съответства нещо, и могат да влияят като ментални репрезентации. Нещо повече, по този път свойството се оказва независимо от съществуването, и отваря врати към същността на обекта като независима от съществуването. Имането на обекта се гарантира от това, че той е носител на свойства, при което трябва да се различава същността на обекта от това, което произтича от нея. Следователно всеки обект има свойства, притежава определящи го свойства, независимо дали съществува или го има.

Спирам вниманието си и върху съвременните неомайнонгиански теории на Г. Прийст, Р. Раутли, Т. Парсънс, К. Першик и др. Днес развитието на майнонгианството продължава не само по линия на онтологията, но и във философията на математиката, където се оказва с евристичен потенциал. Съвременното развитие на майнонгианството се опитва да реши някои от проблемите заложени от Майнонг, но също така и изследва приложението на теорията на обектите към онтологията на математическите обекти. Такива са проблемът за свойствата, за принципа на характеризиране и т.н.

В края на главата обсъждам проблема за абстрактните обекти и предлагам решение на това какъв е техният онтологичен статус. След разглеждането на утвърдените дефиниции за тях, представям и обосновавам абстрактните обекти, използвайки майнонгианството. Теорията на Майнонг дава задоволителен отговор на въпроса за природата на абстрактните обекти: те са обекти, които ги има, и притежават свойства. Именно наличието на тези свойства и интенционалната теория на обектите им придава онтологичен статус, който, разбира се, е различен от този на съществуващите обекти. Под тази шапка може да поместим всички „идеални обекти“, с които си служи съзнанието.

Втора глава „**Философия на математиката**“ е фокусирана изцяло върху философията на математиката, предимно върху различните онтологии на математическите обекти и техните семантични и епистемологични корелации. Преди разглеждането на онтологията на математиката, се спирам на общите положения на математиката: каква наука е, защо и по какво се различава от останалите теоретични и практически науки. Това ни дава предварителна представа защо математическите обекти са толкова трудни за дефиниране, която в последствие свеждам към конкретните школи във философията на математиката.

Математиката е наука, за която все по-трудно може да си представим нейната липса. Днес една голяма част от живота и науката са най-малкото свързани или изградени чрез нея. Но въпреки нейната широка употреба в емпиричната и теоретичната сфера, нейните обекти остават дълбоко проблематични. Както Юджин Вигнер посочва, ефективността на математиката в природните науки е необяснима. Ако математиката изследва абстрактни обекти, тогава защо тя е приложима толкова успешно в изследването на природния свят?

Акцентът върху школите във философията на математиката е с оглед на онтологичните позиции, които всяка школа защитава, и епистемологичните и семантични следствия от тези позиции. Представям школите във философията на математиката според техния исторически план на поява: платонизъм, логицизъм, интуиционизъм, формализъм, структурализъм, фикционализъм и натурализъм. На първо място е платонизмът като исторически първа доминантна позиция, след нея хронологично изредени са трите класически школи: логицизъм, интуиционизъм и формализъм; и последните три са съвременни алтернативни школи: структурализъм, фикционализъм и натурализъм. Между платонизма и логицизма поставям кантианската концепция за математиката, тъй като тя има голямо влияние до появата на логицизма, който отхвърля ролята на Кантовия наглед в математиката, но запазва априорния характер на математиката. Заради това свое влияние, смятам, че има своето достойно място сред школите на философията на математиката. Също и фактът, че има какво да каже по отношение на природата на математическите обекти. Фикционализмът е позиция във философията на математиката, която е сходна с тази на номинализма. Подобно на него, приема, че няма математически обекти, но с уточнението „извън съответния разказ". Структурализмът е първи от трите съвременни школи, защото е най-стар от тях, дори е по-стар и от логицизма, но търпи своето развитие основно през 50-те и 60-те години на XX в. Накрая оставям място на неомайнонгианството, което е сравнително ново и неговото развитие е по-оскъдно спрямо останалите.

В това разделение намира място по-общата категоризацията на школите: реализъм и антиреализъм. Разбира се, има школи, които не попадат еднозначно под това разделение, например различните видове структурализъм. Най-общо може да определим, че реализмът обявява математическите обекти за съществуващи, а самите твърдения за тях истинни по силата на това, че се отнасят до реално съществуващи обекти (известно като принцип на онтологично допускане), докато антиреализмът ги обявява за несъществуващи, съответно третира истинността на твърденията за тях по различен начин. Дебатът между реализма и антиреализма намира израз в дилемата на Бенасераф, която демонстрира несъвместимостта между стандартната референциална семантика и стандартната каузална епистемология. Тя гласи, че 1) или може да приемем референциалната семантика, която ни отвежда до реализъм в математиката, който има проблем с епистемологията, тъй като математическите обекти по дефиниция са каузално инертни и не е ясно как ги познаваме; 2) или да приемем правдоподобна епистемология, свързана с каузалната теория на познанието, която изисква каузална връзка между обекта и субекта на познанието, и съответно да се откажем от идеята за математически обекти.

В рамките на реализма може да откроим два възгледа: 1) на класическия платонизъм, който приема принципа за онтологично допускане и независимост на математическите твърдения от нашите вярвания и отношения към тях, т.е. са независими от човешкия интелект, при което математическите твърденият (МТ) и математическите обекти (МО) съществуват в някакъв математически универсум; 2) на Х. Пътнам, според когото проблемът за онтологията на математиката е въпрос за обективността на математиката и не е въпрос за съществуването на МО – обективността на МТ не влече след себе си съществуването на МО за тези МТ, а преди всичко е свързана със самите МТ.

Позициите на антиреализма във философията на математиката спадат към това отхвърляне на МО, но запазват обективността на МТ. Антиреализмът в широк смисъл като отрицание на платонизма, има различни форми, но общото за всички концепции е несъществуването на МО. В основата на тезата им стои твърдението, че МТ не е необходимо да търсят своята обективност и истинност в онтологичния иск на реализма, т.е. в съществуването на МО. Могат да се опират изцяло на логиката и строгостта на метода и доказателствата.

Друга форма на антиреализма е интуиционизмът на Брауер, който приема, че МО са ментални единици, конструирани от човешкия ум. Подобно на тях, МТ също са продукт на човека и не чакат да бъдат открити, а да бъдат конструирани. Също така, той има силна критика към принципа за разрешимост на всеки математически проблем, тъй като МТ не могат да се определят еднозначно като истинни или неистинни.

От своя страна структурализмът, който не може да бъде причислен еднозначно към антиреализма или реализма, заради неговите разновидности, обосновава тезата, че МО са част от структури с определени отношения в тях. Например числото 5 не е нито повече, нито по-малко от петото число като позиция в структурата на естествените числа.

Куайн основава своя емпиризъм на принципа за верификация и холистичния възглед за науката. Верификацията подлага всяко твърдение на процедура за установяване дали е истинно или не чрез актуалния и възможния сетивен опит. Холизмът казва, че нито едно твърдение не е изолирано, а всички са свързани в мрежа, в която имат взаимно влияние. Куайн приема МО, макар и под формата на множества или класове. Той смята, че са незаменими, защото имат голяма роля в обяснението и прогнозирането на физическите обекти и като цяло в науката. Факт е, че науката е в голяма степен зависима от математиката.

По линия на Куайн и Пътнам, приложението на математиката в науката и в света се оказва силен аргумент срещу тезата на номинализма, според който не съществуват МО. Пътнам отправя едно голямо предизвикателство към тази теза: дали би могло да има изцяло номиналистична теория, която да удовлетворява потребностите на науката. Разбира се, не липсват опити за доказване как може да функционира науката без ролята на числата. Фийлд в своята книга „Наука без числа" демонстрира как може да се избегне употребата на математическите символи и отношения.

В рамките на реализма може да поставим и майнонгианството със своите особености. Фундаменталната разлика с платонизма е, че в майнонгианството няма онтологично допускане и следователно основанията за истинност на МТ не се търсят във факта, че самите твърдения се отнасят до обекти, които съществуват. Според принципа за интенционалност на съзнанието и според принципа за независимост на свойствата от съществуването, може да приемем МО като обекти, които ги има, с прилежащите им свойства, откъдето може да имаме обективни истинни твърдения за тях. Премахването на онтологичния ангажимент към съществуването предполага самата обективност на МТ да не се търси в самото съществуване на МО, а в свойствата на „иманите“ МО. МТ обозначават обекти, които схващаме не през тяхното съществуване или чрез наглед, а през техните свойства, които приписваме дефиниционно. Друг важен момент е, че МО са ни дадени чрез смислени твърдения за тях и имаме истинни твърдения за абстрактното поле на МО без да имаме каузални отношения с тях изцяло въз основа на логиката и строгостта на метода и доказателствата. Следователно познаваме ги чрез техните аксиоматично дефинирани свойства. По този път на разсъждения, може да дефинираме МО като обекти, които ги има, притежаващи свойства, и познаваеми въз основа на техните аксиоматично дефинирани свойства, а обективността произтича от референцията им към „иман“ обект, който има свойства.

В трета глава „**Безкрайности и противоречия**“ засягам сравнително новата идея за неконсистентни обекти, какъвто обект може да се окаже безкрайността. Отправна точка отново е Кант, но с тезата, че мисленето на една безкрайна редица като завършена поражда противоречия. Тук намира място и Хегел, който показва как мисленето ни за безкрайността е свързано с начина, по който мислим противоречието. Хегел противопоставя на Кантовата потенциална безкрайност - истинската безкрайност. Той излиза извън рамките на закона за непротиворечието, издига противоречието като положителен принцип, което довежда до развитието на концепцията за актуална безкрайност. В това отношение той може да бъде причислен към ранните параконсистентни идеи.

Във втората част на главата е изразена тезата, че мисленето ни за безкрайността поражда противоречия. Такъв пример е наивната теория на множествата на Кантор, която от своя страна води до големи проблеми. Тук концепцията за безкрайността е представена с оглед на математиката – като множество. Кантор въвежда цяла йерархия от безкрайности, при което говоренето за една единствена безкрайност е изоставено.

След наивната теория на множествата на Кантор възникват множество парадокси в логиката и математиката. Оказва се, че наивната теория на множествата отваря вратата на много теоретико-множествени парадокси, които повдигат въпроси за валидността на математиката като цяло. Някои сред тях са: парадоксът на Бурали-Форти, парадоксът на Ръсел (и Цермело), парадоксът на Бери и др.

Единият изход от тази ситуация е по линия на рестриктивните теории. Те се заемат да елиминират противоречието от наивната теория на множествата. Това са теорията на типовете на Ръсел и теорията на множествата на Цермело-Френкел, които намират решение чрез преобразуване на принципа на обхващане. Задачата на тези теории е да разрешат противоречието в наивната теория на множествата с оглед на закона за непротиворечие (класическата логика). Техните решения се оказват временни, както показват теоремите за непълнота и недоказуемост на Гьодел. Гьодел доказва, че няма възможност за доказване на абсолютна непротиворечивост в теория на множествата и по-общо за всички формални системи от определен вид. Елиминирането на парадоксите неизменно доведе до формални системи, които за разликата от наивната теория на множествата имат ограничени изразни и/или дедуктивни възможности. Това е известно като ограничителни теореми, които демонстрират ограничението на тези формални системи в математиката. От тук и проблемът с противоречието, тъй като непротиворечивостта е необходимо и достатъчно условие за въвеждане на една математическа теория, но тя не може да бъде доказана, заради втората теорема на Гьодел за недоказуемост.

Проблемите са вкоренени в двете основни програми на математиката от началото на XX в.: логицизмът и формализмът. Логицизмът на Ръсел, който в лека форма представя желанието за пълнота и доказуема непротиворечивост в математиката, и от друга страна - формализма на Хилберт със своята убеденост в принципа за разрешимост на всеки смислено поставен математически въпрос.

Теоремите за непълнота и недоказуемост на Гьодел изразяват, че всички формални системи от определен вид са винаги предмет на две ограничения. Всяка непротиворечива формална система, достатъчно богата (т.е. силна поне колко аритметиката на Пеано): 1) съдържа твърдение, което е истинно (по тази причина не може да се опровергае), но е недоказуемо; и 2) едно от твърденията с това свойство е твърдението, изразяващо нейната непротиворечивост. Следователно всяка такава система *T* е първо, непълна, съдържа твърдение, което е истинно, но е недоказуемо и второ, не може да докаже своята непротиворечивост, не е в състояние да докаже, че от самата себе си не може да изведе противоречие.

Второто решение е по линия на некласическите логики, които отхвърлят закона за непротиворечие и допускат принципа за експлозивост - приемат истинни противоречия. То се отнася до: 1) появата на некласически логически подходи към противоречието, параконсистентната и релевантната логика; и 2) изследвания, свързани с онтология на противоречието чрез неконсистентни обекти.

Според параконсистентната логика парадоксите не е задължително да бъдат решавани и те могат да бъдат част от рационалната работа на математиците. Разбира се, с важното условие за ограничаване на тривиалността и тези противоречия трябва да се „приспособят“. Оказва се, че чрез некласическите логики, ограниченията, наложени от Гьоделовите теореми, могат да бъдат заобиколени. Това може да се постигне като се допусне „минимално противоречие“, т.е. експлозивността на противоречието се държи под контрол, което не позволява да „гръмне“ и да засегне цялата теория.

Толерантният подход към противоречието доведе до създаване на модели, базирани на противоречиви теории и параконсистентни теории на множествата, където се доказа, че противоречието не е необходимо да води след себе си принципа на експлозия, т.е. тривиалност, а при определени условия, каквито са Лемата за разширение и Лемата за свиване, може да се ограничи експлозивността. При тези леми противоречието не се разпростира сред останалите твърдения и не тривиализира съответната теория.

Моделите на противоречиви теории и параконсистентните теории на множествата предполагат, че математиката има за предмет обекти с противоречиви свойства. По този начин може да говорим за неконсистентни обекти. С оглед на тях разглеждам безкрайността като неконсистентен обект, а самите неконсистентни обекти, подобно на математическите обекти, като обекти, които ги има, но имащи аксиоматично дефинирани свойства. Съответно пътят към природата на безкрайността може да се окаже през неконсистентните обекти и противоречивите свойства, при което да допуснем тяхната рационална възможност и да изследваме този тип обекти с оглед на нея, тъй като, както ни показва историята, подходът към противоречието, извън закона за непротиворечие, има евристичен потенциал. Разбира се, като държим противоречието под контрол, който ни предлагат Лемите за свиване и разширение. Подобно на МО, при неконсистентните обекти е съвсем излишно да се занимаваме с проблемите за тяхното съществуване, тъй като те имат само свойства, които са аксиоматично дефинирани.

Заключение

Изследването е фокусирано върху безкрайността и проблема за противоречието във философията на математиката. Аргументирах историческата корелация между безкрайността и противоречието, която се изразява в това, че развитието на едното понятие неминуемо води до нови хоризонти и в другото. Класически пример е Хегел, който демонстрира как проблемът за противоречието повдига въпроса за безкрайността. От друга страна стои появата на теоретико-множествените парадокси след наивната теория на множествата на Кантор: мисленето за безкрайността поражда противоречия.Породените противоречия след Канторовата теория на множествата доведе до нови хоризонти пред проблема за противоречието: нетривиалност и неконсистентни обекти. Това от своя страна позволи с по-голямо основание да се говори за противоречия на онтологично ниво и до идеята за неконсистентни обекти като някои математически обекти и безкрайността. Конкретно това показва влиянието на противоречието върху концепцията ни за безкрайните множества. Това формулирам като *Принос I* на изследването: използването на логическите системи, които дават обяснения на противоречието, осигуряват нови възможности за изследване на безкрайните множества.

В Първа глава отговорих на въпроса какво са абстрактните обекти и какво означава едно нещо да съществува. Тя има историко-онтологична насоченост като представя развитието на тезата, че съществуването е реален предикат. Начална точка е Кантовата теза, че съществуването не е реален предикат. Важна роля има понятието за наглед, от което може да извлечем неговата позиция за абстрактните обекти. Втори пункт в главата е Австрийският реализъм, който започва с Болцано, Брентано и завършва с Майнонг. Онтологията на Болцано е свързана с аргумента, че обектите на съзнанието винаги са неща, мисленето за нищото (не-битието) е невъзможно. Брентано разработва теорията за интенционалното съществуване, която приема, че съзнанието винаги е интенционално насочено към обекти, независимо дали са съществуващи или несъществуващи обекти. И кулминацията е майнонгианството или теорията на обектите, която стъпва върху интенционалната теория и тезата, че съществуването е реален предикат. С оглед на нея, голяма част от несъществуващите обекти от стандартната интерпретация се приемат като „имани“, затова за тях се говори като за „имани обекти“ (тези, които ги има). Ключово е понятието за свойство, което всеки обект на съзнанието притежава, независимо дали съществува или го има. Съществуването е вид свойство, също както иманието. Въвеждането на „иманите обекти“ отваря врати към онтологията на абстрактните обекти и в частност на математическите обекти. Разглеждам съвременните неомайнонгиански теории, които решават някои проблеми на майнонгианството: като принципа за характерзиране. Накрая дефинирам природата на абстрактните обекти като обекти, които ги има и са носители на свойства (съгласно майнонгианството).

Втората глава представя философията на математиката, където разглеждам онтологията на математическите обекти, заедно със семантичните и епистемологични нюанси на проблема. Във философията на математиката има няколко школи, разделени на реализъм и антиреализъм. Дебатът за математическите обекти, тяхната семантика и епистемология, има експлицитна форма в дилемата на Бенасераф, която ни представя несъвместимостта между стандартната референциална семантика и стандартната епистемология (каузалната теория на познанието). Изхода от нея намирам по линия на неомайнонгианските теории чрез приложението на майнонгианската онтология и теорията на интенционалността. Съгласно първата, абстрактните обекти са обекти, които ги има, тъй като всеки обект на съзнанието притежава свойства, а с оглед на втората - съзнанието е винаги интенционално насочено към обект. Приложено към математическите обекти, получаваме, че те са обекти, които ги има и притежават свойства. Важно е да отбележа, че по този начин се модифицира основната предпоставка на реализма, според която математическите твърдения за тези обекти са истинни по силата на това, че се отнасят до съществуващи обекти. Получава се, че може да определим МО като обекти, които ги има с прилежащите им свойства. Именно защото са носители на свойства, може да имаме обективни истинни твърдения за тях. Така самата обективност на МТ не е в самото съществуване на МО, а в това, че имат свойства като „имани“ обекти, т.е. схващаме обекта не през неговото съществуване, а през неговите свойства. Обаче тогава какви са свойствата на МО? Знаем, че МО са ни дадени чрез смислени твърдения за тях, тъй като имаме истинни твърдения за МО, без да имаме каузални отношения с тях, и то изцяло въз основа на логиката и строгостта на метода и доказателствата. Следователно МО са ни дадени чрез техните аксиоматично дефинирани свойства. Или може да дефинираме МО като обекти, които ги има, притежаващи свойства, и познаваеми чрез техните аксиоматично дефинирани свойства. Съответно тук формулирам следващия принос: *Принос II*, който защитава евристичния потенциал на концепцията на майнонгианството и неговите последователи за обекта в онтологията на математиката. Резултатът е дефинирането на МО като обекти, които ги има.

Третата глава е фокусирана върху проблема за безкрайността и противоречието. В нея излагам аргумент в полза на тезата за корелацията между двете понятия и конкретно, че развитието на едното, води до нови хоризонти и при другото. Това формулирам като *Принос III:* безкрайността и противоречието са неразривно свързани феномени, които не могат да бъдат пълноценно изследвани независимо един от друг. Обосновавам тезата чрез разглеждането на параконсистентната логика, т.е. отправям един толерантен подход към него. Този подход представя, че някои противоречия могат да бъдат истинни без да се допуска принципа на експлозивност (ECQ). Следователно и без да се стига до тривиалност. Параконсистентната логика демонстрира, че се справя с различните парадокси като теоретико-множествените, от типа на „корабът на Тезей“, парадокса на Лъжеца, сорит парадоксите и т.н. Съответно представя изход от противоречието в наивната теория на множествата. Другият изход е по линия на рестриктивните теории и принципа за обхващане въз основа на закона за непротиворечие, който се оказа временен, известно от теоремите на Гьодел за непълнота и недоказуемост на формално непротиворечиви системи от определен вид, достатъчно богати.

Толерантният подход доведе до задълбочени изследвания на противоречивостта и противоречивите системи, които се оказаха доста перспективни. Те разкриха нови хоризонти в лицето на противоречивите структури. Параконсистентната логика освен за решаване на парадоксите на самореференцията, може да бъде използвана в аритметиката за конструиране и изследване на модели на противоречиви теории, които избягват ECQ. Работата с противоречиви структури отново доказа, че противоречието „не е толкова лошо", а в определени условия и без да води до тривиалност, има евристичен потенциал.

В конструирането на модели на противоречиви теории, Прийст, Мортенсен и Либерт използват леми за премахване на ECQ от някои противоречия. Доказват, че ако една теория е противоречива, то това не я прави обезателно тривиална. Лемата за свиване гласи, че може да въведем релация на еквивалентност между два модела, при което показва, че множеството от истинни стойности, което се присвоява на пропозицията в свита интерпретация, включва множеството на истинни стойности, което се присвоява на същата пропозиция относно първоначалната интерпретация. Другата - Лемата за разширение, демонстрира, че в такива модели не се разпространява противоречието в твърдения от вида $\sim n = n$ в други твърдения като $\sim m = m$, а се отнася само за първите. Следователно противоречието не е задължително да се разпространява в цялата теория или модел. Прийст и Либерт използват тези две леми за конструиране на параконсистентни теории на множествата, които показаха, че противоречивата теория на множествата запазва своята нетривиалност като под-теория на теория на множествата на Цермело-Френкел.

Наличието на модели на противоречиви теории в математиката предполага, че тя има за предмет обекти с противоречиви свойства. Така може да говорим за неконсистентни обекти и да дефинираме безкрайните множества като неконсистентни обекти, а самите неконсистентни обекти, подобно на МО, като „имани обекти".

Пред нас стои изборът дали да приемем безкрайността като неконсистентен обект, който го има, откъде може да допуснем нейната рационална възможност въз основа на нейните аксиоматично дефинирани свойства и да се стремим към избягване на нейните противоречиви свойства или да ги допуснем при определени условия, така че те да може да разкрият нови хоризонти към природата на безкрайността. В нея намира място противоречието и тя би трябвало да бъде изследвана с оглед на него, без да се допуска то да тривиализира нашите твърдения за нея.

Научни приноси:

1. Защитена е постановката, че логическите системи, които дават обяснения на противоречието осигуряват нови възможности за изследване на безкрайни множества.
2. Като резултат от сравнителния анализ на различни онтологични подходи се защитава постановката, че концепцията на Майнонг и неговите последователи за обекта съдържа евристичен потенциал за разгръщане на онтологията на математиката.
3. Аргументира се тезата, че безкрайността и противоречието са неразривно свързани феномени, които не могат да бъдат пълноценно изследвани независимо един от друг.

Авторът има следните публикации по темата на дисертационния труд:

1. Николов, Борис. „*Съвременни онтологични подходи към абстрактните обекти*“, сб. „Философия и съвременния свят“ от Международна научна конференция „25 години специалност „Философия“ във ВТУ „Св. св. Кирил и Методий“, 2018 г., 164-170.
2. Николов, Борис. „*Майнонгианството и онтология на математиката*“, сп. „Философия“ брой 29 (2), 2020 г., 142-153.
3. Николов, Борис. „*Дилемата на Бенасераф и неомайнонгианството*“, сп. „Философски алтернативи“, бр. 3, 2021 г.